УДК 519.87

В.Е. Золотовский
Таганрогский государственный радиотехнический университет, Россия

Система структурного моделирования

В данной статье рассматриваются принципы структурного моделирования в приложении к моделированию сложных физических систем. При этом рассматриваются особенности организации системы структурного моделирования, способы описания моделей и варианты представления исследуемых систем. Основное внимание уделяется особенностям реализации структурных принципов для моделирования многозвенных гибридных систем и электрических систем большой размерности.

Введение

Как правило, реальные физические системы представляют композицией большого числа объектов. Динамическое поведение каждого объекта описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений, поэтому моделирование сводится к решению общей системы дифференциальных уравнений. С ростом числа компонент растет порядок общей системы и, следовательно, возрастает трудоемкость формирования и вычисления полученной математической модели. Персональные компьютеры, как правило, не обеспечивают необходимое время моделирования, а суперкомпьютеры существенно повышают стоимость расчётов. Необходимую эффективность (минимальные затраты на моделирование за заданное время) могут обеспечить только многопроцессорные или многомашинные комплексы. Однако использование многопроцессорных вычислителей создает определенные трудности при программировании задачи. Решение данной проблемы предлагается проводить с помощью понятий и методов структурного моделирования.

Идеи структурного моделирования опираются на следующие принципы [1], [2]. Моделируемая система формируется как некоторое множество компонент, число которых соответствует количеству реальных физических объектов. Каждой подсистеме уравнений, описывающих состояние объекта, ставится в соответствие определенное количество аппаратных ресурсов, в оптимальном случае каждому объекту ставится в соответствие один процессор системы. Таким образом, моделируемые подсистемы функционируют параллельно, и их взаимодействие обеспечивается за счет обмена данных в многопроцессорной системе. Данный подход отражает естественное функционирование системы и позволяет, во-первых, повысить скорость моделирования за счет параллельных вычислений, во-вторых, упростить программирование задач вследствие уменьшения сложности исходной системы.

Таким образом, моделирование сложной системы сводится к симуляции работы отдельных компонент этой системы и реализации процедур взаимодействия между ними. Перечислим основные задачи, которые необходимо решить при применении этих методов:

– задача формализации представления объектов как отдельных подсистем;
– формирование правил объединения объектов (подсистем) в единую систему моделирования;
– реализация моделей, описывающих поведение компонент;
– обеспечение параллельной работы всех моделей.

1 Структура системы

Задача симуляции физических объектов методами структурного моделирования требует разработки алгоритмов и специального программного обеспечения, реализующих их. Ниже описываются принципы программной системы моделирования. Она имеет структуру, представленную на рис. 1.

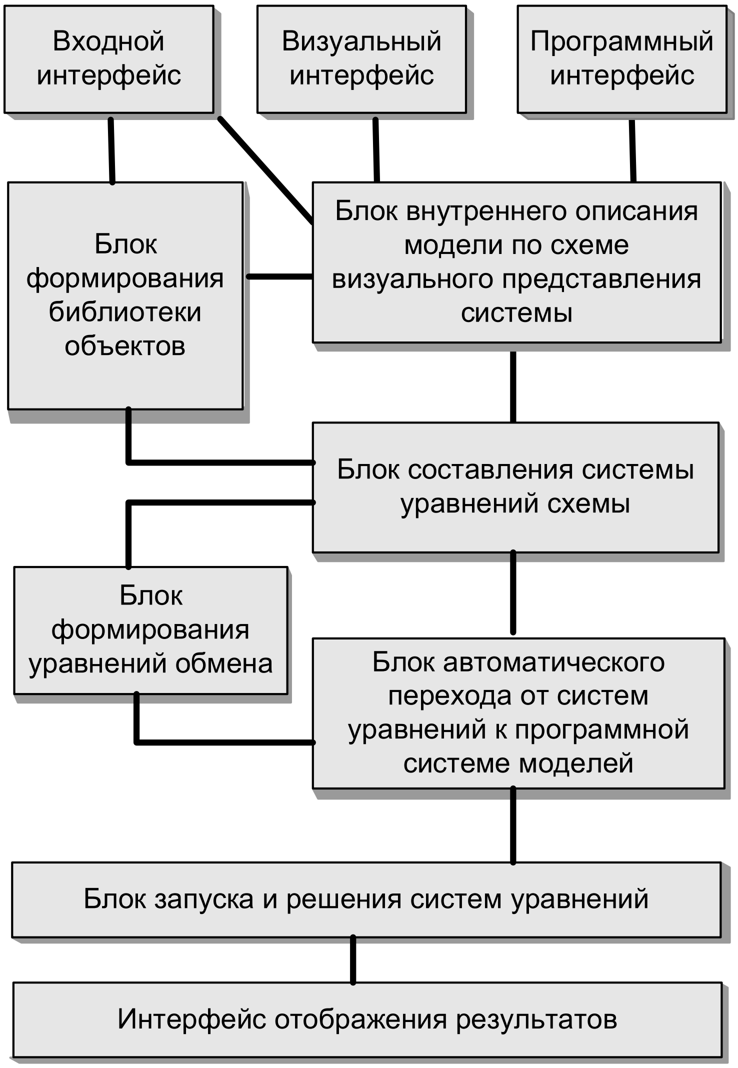

Рисунок 1 – Структура системы моделирования

Далее отдельные модели компонуются в общую модель (систему уравнений). Полученная система уравнений, включающая уравнения обмена, размещается по процессорам в соответствии с архитектурой базового вычислителя. Чаще разбиение проводится по объектам на основе заданной структуры моделируемой системы. Как будет показано ниже, существуют различные способы формирования математического описания исследуемой системы.

Полученная система уравнений решается при помощи численных методов. Поддержка нескольких численных методов позволит проводить оценку точности решения при минимуме затраченного времени. Моделирование сложных систем требует распределённого решения полученной системы уравнений на многопроцессорной или многомашинной системе. Для каждого отдельного процесса определяются его собственные условия завершения процесса моделирования. Ведущий процессор производит проверку условий завершения всех вычислителей, а также осуществляет сбор данных мониторинга. Результатом моделирования являются временные и фазовые графические зависимости параметров исследуемой системы.

Применение структурных принципов предполагает наличие библиотек предопределенных элементов. При этом процесс программирования заключается в композиции библиотечных элементов и определении функциональных связей.

2 Интерфейсы системы моделирования

Рассмотрим входной интерфейс системы моделирования. Как уже было сказано, входной интерфейс обеспечивает ввод решаемой задачи в систему. Традиционно основным средством описания исследуемой системы объектов является командный язык среды моделирования. Этот язык обладает высокой гибкостью и значительно облегчает описание больших однородных схем. Однако в системах структурного моделирования целесообразнее использовать визуальный интерфейс графического ввода схемы [3], [4]. Данный способ позволяет скрыть сложность синтаксических конструкций командного языка, он более нагляден и удобен, чем операторный способ описания систем. При вводе в систему моделирования больших сложных схем необходимо использовать принцип группировки моделей – иерархического представления схемы. Эти задачи успешно решаются при помощи визуального интерфейса.

При этом композиция схемы осуществляется из базового множества элементов системы моделирования (библиотеки элементов). Именно наличие библиотеки предопределённых элементов позволяет значительно сократить время описания больших схем. Процесс постановки задачи состоит из следующих этапов:

1) определение исходной моделируемой системы в виде набора элементов и определение их взаимодействия друг с другом;
2) поиск модели, соответствующей каждому элементу исходной системы в библиотеке моделей. Если модель отсутствует, то вызывается процедура создания новой модели;

3) формирование структуры решаемой задачи посредством вызова и добавления в схему необходимых моделей из библиотеки, а также установки коммутаций между моделями.

Таким образом, входной интерфейс представляет собой редактор схемы компонент, позволяющий набирать схему из библиотечных элементов и определять связи и параметры элементов. Также во входной интерфейс включается редактор библиотеки, позволяющий определять новые компоненты.

3 Представление моделей

Рассмотрим способы представления моделей в системе структурного моделирования. Динамика поведения природных объектов описывается дифференциальными уравнениями. Взаимодействие между объектами может быть описано посредством алгебраических уравнений. Таким образом, поведение системы физических объектов, которая сама представляет собой некий физический объект, может быть описано с достаточной точностью системой дифференциально-алгебраических уравнений.

Рассмотрим способ построения описания физических объектов при помощи систем дифференциально-алгебраических уравнений. На рис. 2 представлена упрощенная модель системы, решающей задачу стабилизации положения площадки 2. Платформа 1 установлена на демпфирующем механизме. Площадка 2 связана с платформой 1 посредством стабилизирующего механизма 3.

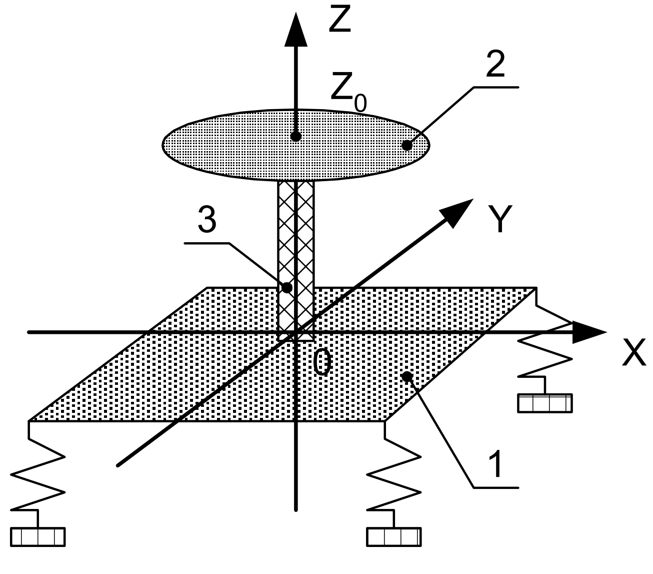

Рисунок 2 – Модель системы «платформа – площадка»

На платформу 1 действует внешняя возмущающая сила, которая изменяет положение платформы. Задача стабилизирующего механизма – сохранить положение и координату Z_0 площадки 2 при повороте платформы 1 на некоторый угол φ относительно оси 0X и угол θ относительно оси 0Y. Рассматриваемую физическую систему можно представить в виде четырех моделей: платформа 1, площадка 2, стабилизирующий механизм 3 и модель, отражающая внешнее воздействие. Необходимыми для описания положения платформы параметрами являются углы φ, θ, их производные, а также центр тяжести платформы (на рис. 2 это центр координат). Аналогичные параметры вводятся для описания положения площадки φ', θ', $\dot{\varphi}'$, $\dot{\theta}'$ и Z_0. Стабилизирующий механизм должен на основании связи с платформой формировать управляющее воздействие на площадку для того, чтобы поправлять (сохранять) её параметры.

Таким образом, описание модели физического объекта или подсистемы представляет собой две системы: дифференциальную, описывающую поведение объекта в динамике, и алгебраическую, учитывающую взаимодействие данного объекта с другими объектами системы. Выделим вектор переменных объекта X, состоящего из двух компонент: Xd – дифференциальной и XL – линейной компоненты:

$$\mathrm{X} = \begin{bmatrix} \mathrm{Xd} \\ \mathrm{X}L \end{bmatrix}.$$

Система дифференциальных уравнений, описывающих поведение объекта, может быть представлена следующим образом: $\dot{\mathrm{X}}\mathrm{d} = F(\mathrm{X})$.

Система уравнений связи описывает набор параметров объекта 1 как функция от параметров объекта 2. Причем связь направлена от объекта 2 к объекту 1:

$$\mathrm{X}L1 = L(\mathrm{X}2).$$

На основании данных выражений формируется структура объектов, представленная на рис. 3.

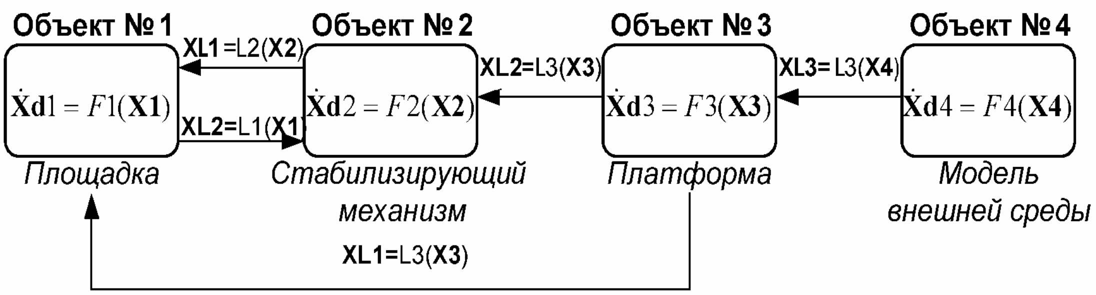

Рисунок 3 – Структурное представление системы

Дифференциальная система описывает уравнения состояния, а линейная система – входные и выходные переменные. На основании вышеизложенного получаем описание модели в виде вектора X (множество переменных состояния, входных и выходных переменных), а также двух систем уравнений: дифференциальной $\dot{\mathrm{X}}\mathrm{d} = F(\mathrm{X})$ и алгебраической $\mathrm{X}L1 = L(\mathrm{X}2)$.

Данный способ представления моделей позволяет описать сложные системы простым и наглядным способом. Это описание является универсальным, что позволяет описывать системы, состоящие из компонент разной природы, например механических и электрических. Очевидно, что такое описание можно использовать, если существует соответствующая математическая модель, записанная в дифференциальной или алгебраической форме.

4 Методы формирования обмена в системе структурного моделирования электрических систем

Структурный метод моделирования предполагает, что каждый объект представляется в форме законченной математической модели и в задачу стенда входит объединение их в единую систему. Здесь возможны следующие случаи. Соединяемые объекты обмениваются данными, вырабатываемыми в каждом из них (рис. 4).

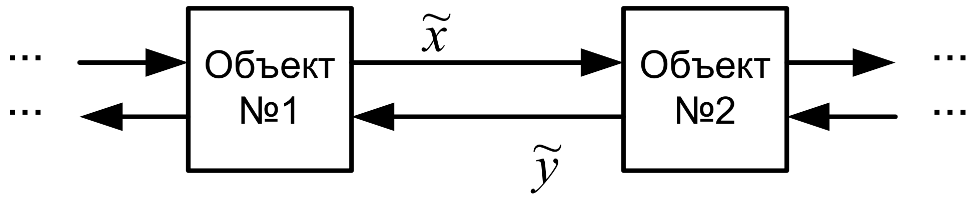

Рисунок 4

Математическое описание объектов задаётся в форме системы дифференциальных уравнений:

$$\left.\begin{aligned}\dot{X} &= F_1\left(t, X, \widetilde{Y}\right)\\ \dot{Y} &= F_2\left(t, X, \widetilde{Y}\right)\end{aligned}\right\}, \qquad (1)$$

где X – неизвестные, определяемые в первом объекте; Y – неизвестные, определяемые во втором объекте; $\widetilde{X}$ – переменные, определяемые в первом объекте и воздействующие на второй; $\widetilde{Y}$ – переменные, определяемые во втором объекте и воздействующие на первый.

Второй случай возникает тогда, когда системы уравнений, описывающие их поведение, не являются замкнутыми, т.е. одна или несколько переменных входят в один или несколько взаимодействующих объектов и требуются дополнительные преобразования исходных моделей для исключения общих переменных. Рассмотрим, как происходит обмен в рассматриваемом случае. Для простоты изложения будем считать, что оба объекта имеют только одну общую переменную (рис. 5).

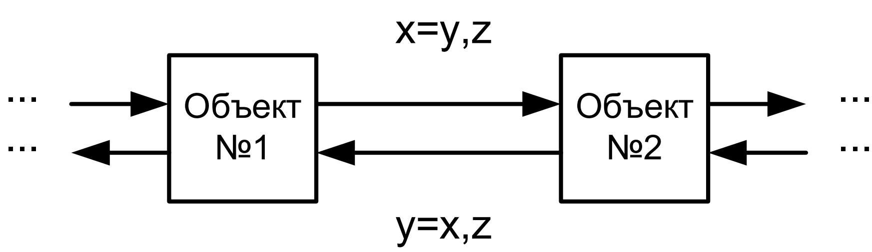

Рисунок 5

Системы уравнений каждого объекта по форме идентичны, за исключением того, что в описании каждого из них содержатся уравнения, в которые входит неопределённая переменная.

$$\left.\begin{aligned}\dot{X}^* &= F_1^*(t, X) \\ \dot{x}_n^* &= F_{1n}(t, X^*) + f_{1n}(t, X^*, Z)\end{aligned}\right\}, \tag{2а}$$

$$\left.\begin{aligned}\dot{Y}^* &= F_2^*(t, Y) \\ \dot{y}_n^* &= F_{2n}(t, Y^*) + f_{2n}(t, Y^*, Z)\end{aligned}\right\}, \tag{2б}$$

здесь Z – неопределённая переменная, $x_n^* = y_n^*$ – общие переменные.

Последние уравнения каждой из систем обеспечивают однозначное определение неизвестной Z. Эти уравнения могут рассматриваться как уравнения связи объектов. Наиболее простой способ заключается в исключении переменной Z из систем уравнений (2а) и (2б). Но это требует включения в программную оболочку специального модуля символьной обработки. Однако во многих случаях разрешить уравнения относительно Z невозможно, поэтому лучшим решением является численное нахождение Z в ходе вычислений.

Используя, например, формулу прямоугольников, получим:

$$\left.\begin{aligned}x_{ni} - x_{n(i-1)} - F_{1n}(t_i, x_{i-1}) - f_1(t_i, x_{i-1}^*, z_i) = 0 \\ y_{ni} - y_{n(i-1)} - F_{2n}(t_i, y_{i-1}) - f_2(t_i, y_{i-1}^*, z_i) = 0\end{aligned}\right\}. \tag{3}$$

Если учесть, что к i-му шагу значения всех переменных в (i – 1) шаге известны, то система (3) имеет вид:

$$\left.\begin{aligned}x_{ni} - f_{1n}(z_i) = A_1 \\ x_{ni} - f_{2n}(z_i) = A_2\end{aligned}\right\}. \tag{4}$$

Решение системы (4) позволяет найти значение переменных X и Z в точке t. В моделирующем стенде закладывается несколько методов решения системы (4):

– преобразования;
– прямого решения с итерационным уточнением;
– итерационный (простой);
– итерационный (с ускорением).

Метод преобразования используется в том случае, если существует обратное преобразование для функций f_{1n} и f_{2n}.

Из (4) имеем $f(z_i) = B$, где $B = A_2 - A_1$ и $f(z_i) = f_{in}(z_i) - f_{2n}(z_i)$. Тогда $z_i = f^{-1}(B)$. В случае, если отыскание функции f^{-1} невозможно в конечной форме, то используются итерационные методы отыскания переменных x_i и z_i.

Как правило, итерационные процессы типа Гаусса и Зейделя имеют достаточно низкую скорость сходимости, в связи с чем для ускорения процесса обмена используется метод Ньютона. Система уравнений (3) в этом случае преобразуется к виду:

$$\left.\begin{aligned}\nabla x_{ni} - F_{1n}(t_i, x_{i-1}) - f_1(t_i, x_{i-1}^*, z_{i-1}) - \frac{\partial f_1(t_i, z_{i-1})}{\partial z}\nabla z_i = 0 \\ \nabla x_{ni} - F_{2n}(t_i, y_{i-1}) - f_2(t_i, y_{i-1}^*, z_{i-1}) - \frac{\partial f_2(t_i, z_{i-1})}{\partial z}\nabla z_i = 0\end{aligned}\right\}. \tag{5}$$

Преобразуя в матричную форму, получим:

$$\begin{vmatrix} 1-B_{11} \\ 1-B_{12} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \nabla x_{ni} \\ \nabla z_{ni} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_{11} \\ A_{12} \end{vmatrix}. \tag{6}$$

Откуда

$$\begin{vmatrix} \nabla x_{ni} \\ \nabla z_{ni} \end{vmatrix} = \frac{1}{B_{11}-B_{12}} \begin{vmatrix} -B_{12} & B_{11} \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A_{11} \\ A_{12} \end{vmatrix}, \tag{7}$$

где $A_{11} = F_{1n}(t_i, x_{i-1}) + f_1(t_i, x^*_{i-1}, z_{i-1})$, $A_{12} = F_{2n}(t_i, y_{i-1}) + f_2(t_i, y^*_{i-1}, z_{i-1})$,
$B_{11} = \dfrac{\partial f_1(t_i, x^*_{i-1}, z_{i-1})}{\partial z}, B_{12} = \dfrac{\partial f_2(t_i, y^*_{i-1}, z_{i-1})}{\partial z}$.

Таким образом, переменная x_i определяется из выражения

$$\nabla x_i = \frac{A_{12}B_{12} - A_{11}B_{12}}{B_{11} - B_{12}},$$

а переменная z_i – из выражения $\nabla z_i = \dfrac{A_{12} - A_{11}}{B_{11} - B_{12}}$. Все рассуждения сохраняются и в случае использования формул более высокого порядка.

В качестве примера рассмотрим моделирование системы, состоящей из генератора постоянного тока и подключенного к нему электрического двигателя постоянного тока [5].

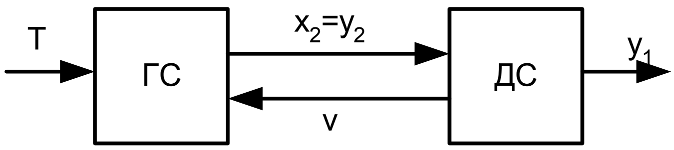

Рисунок 6

Система уравнений, описывающая генератор постоянного тока:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\omega_г}{dt} &= a_{11}i_г + a_{12}\omega_г + c_2T \\ \frac{di_г}{dt} &= a_{21}i_г + a_{22}\omega + b_1V \end{aligned}\right\},$$

где $a_{21} = -\dfrac{R}{L}$, $a_{22} = -\dfrac{V_0}{L\omega_0}$, $a_{11} = -\dfrac{V_0}{J\omega_0}$, $a_{12} = -\dfrac{b}{J}$, $b_1 = \dfrac{1}{L}$.

Система уравнений, описывающая двигатель:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\omega_д}{dt} &= d_{11}i_д + d_{12}\omega_д \\ \frac{di_д}{dt} &= d_{21}i_д + d_{22}\omega_д + b_2V \end{aligned}\right\},$$

где $d_{11} = \dfrac{V_0}{J\omega_0}$, $d_{12} = -\dfrac{b}{J}$, $d_{21} = -\dfrac{R}{L}$, $d_{22} = -\dfrac{V_0}{L\omega_0}$, $b_2 = -\dfrac{1}{L}$.

Уравнение, реализуемое блоком обмена, зависит от выбранной формулы численного интегрирования (случай формулы прямоугольников).

Интегрирование последнего уравнения генератора дает

$$\nabla i_{гk} = a_1 + b_1 (V_k h),$$

где $a_1 = \left(-\frac{R}{L} i_{г(k-1)} + \frac{V_0}{\omega_0 L} \omega_{г(k-1)} \right) h$, $b_1 = -\frac{1}{L}$.

Соответственно для двигателя получим

$$\nabla i_{дk} = -a_2 + b_2 (V_k h),$$

где $a_2 = \left(\frac{R}{L} i_{д(k-1)} + \frac{V_0}{\omega_0 L} \omega_{д(k-1)} \right) h$, $b_2 = \frac{1}{L}$.

Блок обмена реализует тождество

$$V_k h = \frac{a_1 + a_2}{b_1 + b_2}. \tag{8}$$

Блок обмена реализует передачу из объекта 1 значений переменных (a_1 и b_1), а из объекта 2 – (a_2 и b_2). При использовании формул высокого порядка предпочтение следует отдавать самоначинающим методам, например, методу Рунге – Кутта. Рассмотрим сказанное для метода Рунге – Кутта 2-го порядка. На первом шаге определяются значения $K_{1\omega}$ и a_{1i} генератора:

$$\left.\begin{aligned} K_{1\omega} &= h\left(f_\omega^*\left(t_{k-1}, \omega_{k-1}, i_{k-1}\right)\right)_г \\ K_{1_i} &= h\left(f_i^*\left(t_{k-1}, \omega_{k-1}, i_{k-1}\right)\right)_г + b_2 V_k h \end{aligned}\right\}.$$

Аналогично для двигателя

$$\left.\begin{aligned} K_{1\omega} &= h\left(f_\omega^*\left(t_{k-1}, \omega_{дk-1}, i_{дk-1}\right)\right)_{дв} \\ K_{1i} &= h\left(f_i^*\left(t_{k-1}, \omega_{дk-1}, i_{дk-1}\right)\right)_{дв} + b_2 V_k h \end{aligned}\right\}.$$

Затем переменные a_1 и a_2, а также константы b_1 и b_2 передаются в блок обмена и в соответствии с выражением (8) определяется значение недостающей переменной $V_k h$.

После передачи $V_k h$ в модель генератора и двигателя определяются значения K_{1i} – генератора и K_{1i} – двигателя. Затем аналогично формируются значения K_2 для генератора и двигателя:

$$\left.\begin{aligned} K_{2\omega} &= h\left(f_\omega\left(t_{k-1} + h, \left(\omega_{k-1} + K_{1\omega}\right), i_{k-1} + K_{1i}\right)\right) \\ K_{2i} &= h\left(f\left(t_{i-1} + h, \left(\omega_{k-1} + K_{1\omega}\right), i_{k-1} + K_{1i}\right) + b_2 V_k h\right. \end{aligned}\right\}$$

Затем формируются значения искомых переменных $\nabla y_k = \frac{1}{2}\left(K_1 + K_2\right)$, где y_k – одна из переменных генератора или двигателя.

В системе возможен широкий выбор формул численного интегрирования (явных разностных формул 1-го и 2-го порядка), многошаговых формул Рунге – Кутта 2-го, 3-го, 4-го и 5-го порядка, а также формул с переменным шагом Рунге – Кутта – Мерсона и Ингланда 4-го порядка. Кроме того, для решения жестких задач используются неявные разностные формулы 1-го и 2-го порядка и неявные формулы Рунге – Кутта 2-го и 3-го порядка. Следует отметить, что в случае неявных численных методов общая схема вычисления, описанная выше, сохраняется. Изменяется только этап предварительного вычисления исходных переменных, так как он требует итерационного уточнения при определении значений исходных переменных на текущем шаге.

Предлагаемое разнообразие формул позволяет производить быстрое оценочное моделирование ситуаций на простых формулах с невысокой точностью, затем для одной или нескольких ситуаций произвести моделирование с заданной погрешностью.

5 Моделирование

Как уже было сказано выше, симуляция объектов сводится к расчету сгенерированных математических моделей. Поскольку математическая модель представляет собой систему дифференциально-алгебраических уравнений, то решение этой системы необходимо проводить с использованием численных методов. Для обеспечения распределённого решения этой системы необходимо разбить полученную систему уравнений на заданное количество процессоров. Причем разбиение необходимо проводить таким образом, чтобы минимизировать количество обменных операций и равномерно распределить вычислительную нагрузку между процессорами системы.

Рассмотрим процесс моделирования в разработанной среде. Первым этапом является набор базовых элементов в библиотеку с использованием редактора. Внешний вид редактора представлен на рис. 7.

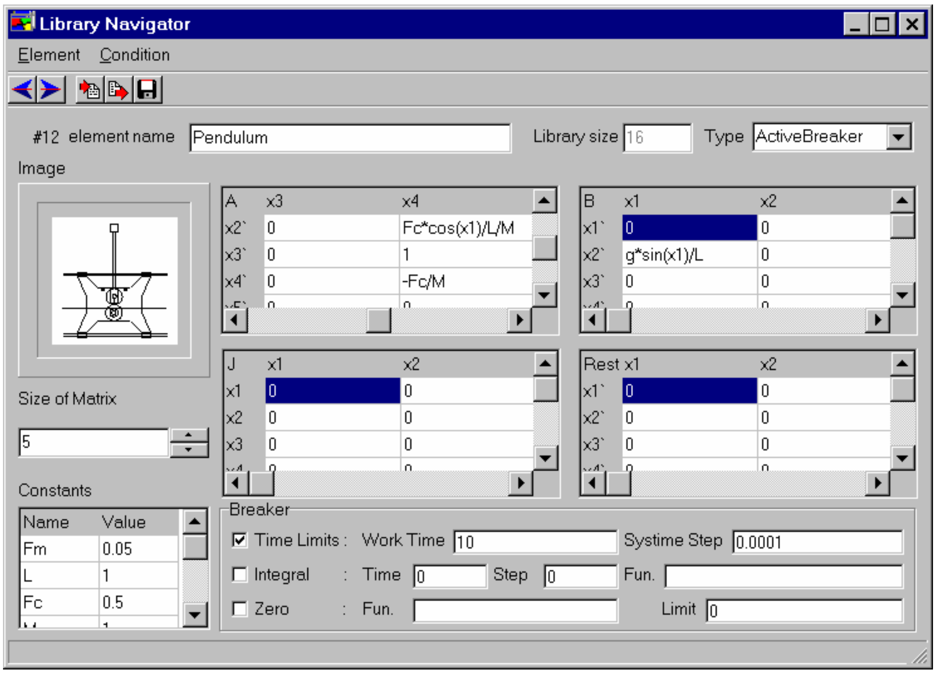

Рисунок 7 – Внешняя форма редактора библиотеки

Редактор позволяет задать условное обозначение элемента, систему дифференциально-алгебраических уравнений, описывающих его поведение, а также определить условия завершения интегрирования дифференциальной части. Такими условиями являются:

– фиксированное ограничение по времени,
– достижения заданной функции нулевого значения,
– достижения определенного интеграла заданного значения.

Далее структура исследуемой системы набирается в редакторе схемы. Редактор представляет собой наборное поле, в ячейки которого вставляются модели компонентов схемы. Допускается вставка более чем одного объекта в одну ячейку. Таким образом реализуется изменение структуры системы в процессе симуляции.

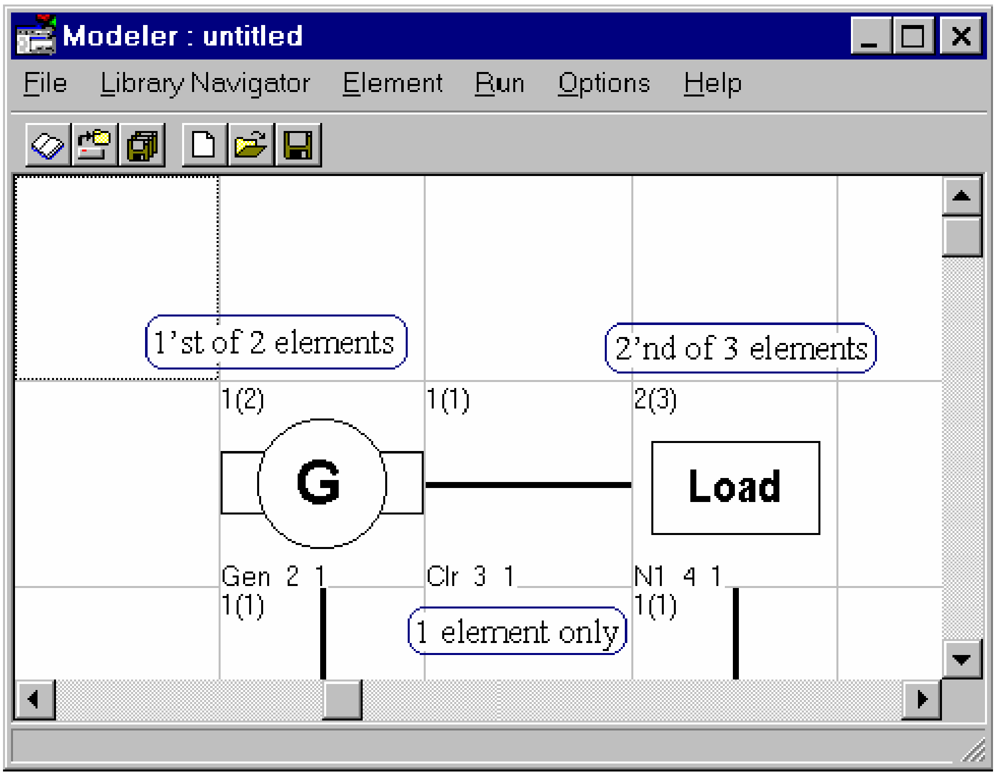

Рисунок 8 – Внешняя форма редактора схем

На основе набранной структуры системы и описания компонент происходит формирование общей дифференциально-алгебраической системы уравнений. Пользователь выбирает необходимый метод численного интегрирования, точность представления данных (float, double, long double) и время слежения за процессом. Далее система генерирует ANSI C программу, которая компилируется и запускается на выбранной аппаратной платформе. В настоящий момент реализована поддержка WIntel и ADSP DSP платформ.

В процессе решения задачи производится сбор данных моделирования. По завершении работы результаты отображаются в модуле построения графиков.

Литература

1. Гузик В.Ф., Золотовский В.Е., Третьяков В.С. Система моделирования объектов промышленной энергетики // Наука – производству. – 1999. – № 1.
2. Гузик В.Ф., Золотовский В.Е., Ляпунцова Е.В. Исследование электрических сетей на структурных моделях // Компьютерные технологии в инженерной и управленческой деятельности: Сб. науч. трудов. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 1999.
3. Guzik V.Ph., Zolotovsky V.E., Chernukhin Y.V., Tretyakov S.V., Dougal R.A. Structural Modeling for Simulation of Power Electronic Systems // The 7th Workshop on Computers in Power Electronics (IEEE). – Blacksburg (Virginia). – 2000.
4. Гузик В.Ф., Золотовский В.Е., Чернухин Ю.В. Структурное моделирование силовых систем // Известия ТРТУ. – 2001. – № 1.
5. Гузик В.Ф., Золотовский В.Е. Проблемно-ориентированные высокопроизводительные вычислительные системы // Известия ТРТУ. – 2000. – № 1.

In the given paper the principles of structural modeling applying to simulation of complex physical systems are considered. The particularities of structural modeling system architecture, ways of models notation and variants of researched systems representation are also considered. The main attention is given to distinctive features of implementation of structural principles to simulation of ladder hybrid and electrical systems of the large dimension.

У даній статті розглядаються принципи структурного моделювання в додатку до моделювання складних фізичних систем. При цьому розглядаються особливості організації системи структурного моделювання, способи опису моделей і варіанти представлення досліджуваних систем. Основна увага приділяється особливостям реалізації структурних принципів для моделювання багатоланкових гібридних систем і електричних систем великої розмірності.

Статья поступила в редакцию 27.08.03.