2В

УДК 519.8

Н.С. Вагарина, А.А. Сытник
Саратовский государственный социально-экономический университет, г.Саратов, Россия vagarina@ssea.runnet.ru, sytnik@sgu.ru

Задача восстановления поведения в классе систем без потери информации

В данной статье рассматриваются вопросы, касающиеся функционального восстановления поведения сложных систем. Исследуются возможности применения базисных множеств групп автоматных преобразований при решении задачи организации перехода от автомата-преобразователя к автомату-перечислителю и предлагается подход к решению задачи организации целенаправленного поведения в классе дискретных систем, описываемых взаимно-однозначными преобразованиями (системы без потери информации). Результат, о котором говорится в данной статье, заключается в попытке восстановить правильное функционирование за счет использования только поведенческих свойств и особенностей объекта.

В современных условиях развития и становления информационного общества все большее значение приобретает поиск новых способов восстановления поведения сложных систем, позволяющих обеспечить их работоспособность и отказоустойчивость. В настоящее время все более усиливается тенденция к переносу функций обеспечения надежного функционирования внутрь самой системы.

В широком смысле восстановление поведения означает возврат объекта к реализации заданного функционирования после возникновения, обнаружения и локализации неисправности без физического устранения дефекта. Наиболее часто для модификации поведения используются два основных вида избыточности – структурная и временная.

В первом случае в состав (структуру) систем вводятся дополнительные резервные копии. При выходе из строя основной части или при необходимости модификации поведения систем на существующий структурный резерв возлагается задача реализации заданного функционирования. Во втором – имеющийся в данный конкретный момент или искусственно создаваемый резерв времени (временная избыточность) используется либо для организации «повторного счета», либо для повторного запуска логической операции, измененной в результате нарушения, и т.д. Выход из строя структурного резервирования порождает вопрос: можно ли использовать свойства текущего закона функционирования автомата для формирования на выходах требуемой совокупности реакций? Ответ на него предполагает изучение имеющейся в данный момент времени функциональной избыточности системы, а также возможных вариантов её целенаправленного создания на этапе проектирования. Восстановление поведения, осуществляемое на указанных принципах, называют функциональным. Результат, о котором говорится в данной статье, был получен именно в рамках этого альтернативного подхода, заключающегося в попытке восстановить правильное функционирование за счет использования только поведенческих свойств и особенностей объекта.

Содержательная постановка задачи восстановления поведения дискретных систем с памятью выглядит следующим образом [1]. Реальное поведение системы отличается от заданного, определено текущее поведение, требуется:

1) определить возможность восстановления исходного поведения;
2) найти совокупность преобразований системы, позволяющих восстановить исходное поведение;
3) среди всех возможных преобразований, исходя из заданных ограничений, выбрать допустимое, желательно оптимальное.

Основные математические принципы, на которых базируются разрабатываемые методы восстановления поведения дискретных систем, основаны на теории математических автоматов. Конечный детерминированный автомат является одной из наиболее используемых математических моделей при описании сложных систем дискретного типа. Переход от неисправного поведения системы к исправному реализуется вариацией вида поведения автоматов. В системном анализе под поведением понимается «совокупность причинно-следственных связей, реализуемых системой при своей работе». В сложных системах дискретного типа подобная зависимость между входными и выходными сигналами может приобретать преобразовательный и перечислительный характер.

Определение 1. Пусть задан конечный детерминированный автомат M, реализующий семейство отображений $\{h_s\}$, $s \in S$, вида h_s: $X^* \rightarrow Y^*$ и генерирующий множество выходных последовательностей $L(X^*)=\{q|((\exists s \in S)(\exists p \in X^*)h_s(p)=q\}$. Тогда под поведением автомата M как преобразователя (перечислителя) будем понимать семейство отображений $\{h_s\}$, $s \in S$ (множество $L(X^*)$), представимых (генерируемое) этим автоматом.

Традиционно поведение моделируемых объектов рассматривается с преобразовательной точки зрения, то есть изучается механизм преобразования входных последовательностей (воздействий) в выходные (реакции). Однако для получения полного и всестороннего представления о функциональных возможностях системы полезно рассматривать и обратную связь – нахождение для заданного выходного сигнала совокупности входных воздействий, его индуцирующих. Если описанием автомата (как формальной модели системы) является множество выходных последовательностей, которые он генерирует, то говорят о перечислительной форме поведения автомата. Фраза «восстановить правильное поведение» в этом случае означает замену «неисправного» входного сигнала на «исправное» входное воздействие, вызывающее требуемую реакцию. Таким образом, при преобразовательной форме поведения акцент делается на то, как происходит процесс, а при перечислительной на то, что получается в результате. Преобразовательный подход изучается в рамках структурного восстановления поведения и основывается на существовании исправных резервных копий. В рамках второго подхода под восстановлением поведения понимают следующее.

Определение 2. Предположим, что возникновение неисправности в конечном детерминированном автомате $A=(S,X,Y,\delta,\lambda)$ приводит к замене отображений $\{h_s\}$, $s \in S$, представимых этим автоматом, на семейство отображений $\{h'_s\}$, $s \in S$. Под восстановлением поведения конечного детерминированного автомата A будем понимать процесс построения такого множества Q входных воздействий, что справедливо условие: $L(Q)=\{q|((\forall s \in S)(\forall p \in Q)\, q=h'_s(p)\}= L(X^*)$

Одним из подходов к решению поставленной задачи является алгебраический. А именно, с алгебраической точки зрения проблема организации целенаправленного поведения может быть сформулирована следующим образом: приложение каждого входного символа индуцирует на множестве внутренних состояний – выходных реакций – преобразование, которое относительно операции умножения (суть – переход от подачи входных символов к последовательностям входных символов) образует полугруппу преобразований. Множество всех преобразований, индуцируемых всеми входными символами, в этом случае выступает порождающим множеством данной полугруппы. Таким образом, в этих терминах возникновение неисправности приводит к удалению из порождающего множества соответствующего преобразования. Самовосстановление в этом случае означает возможность его построения из оставшихся элементов при помощи операции умножения. То есть вопрос об изменении поведения сводится к вопросу конструктивного поиска механизма построения необходимой полугруппы (новое поведение) из имеющегося порождающего множества.

Фундаментальной основой для решения задачи восстановления поведения служит теория универсальных автоматов.

Определение 3. Пусть задано семейство $\{A_i=(S_i,X_i,Y,\delta_i,\lambda_i)\}$, $i\in I$, конечных детерминированных автоматов, множество индексов I будем отождествлять с именем семейства. КДА $A_I= (S,X,Y,\delta,\lambda)$ назовем универсальным для семейства I, если для любого $i\in I$ существует отображение вида $\varphi_i:S_i$ x $X_i^*\rightarrow S$ x X^*, такое, что справедливо условие

$$(\forall s\in S)(\forall p\in X_i^*)\lambda_i(s,p)=\lambda(\varphi_i(s,p)).$$

То есть универсальный автомат описывает поведение устройства, способного настраиваться на моделирование законов функционирования автоматов из семейства I. Поведение универсального автомата и автомата из семейства A эквиваленто в том смысле, что универсальный автомат перечисляет заданное множество выходных сигналов.

Возможность использования универсальных автоматов при решении задач восстановления поведения основывается на исследовании свойств универсальных перечислителей.

Определение 4. КДА $A=(S,X,Y,\delta,\lambda)$ является универсальным перечислителем для автоматов семейства $\{A_i\}$, $i\in I$, где $A_i=(S_i,X_i,Y,\delta_i,\lambda_i)$, $L(X_i^*)$-множество, перечислимое автоматом A_i, $i\in I$, если выполняется условие

$$(\forall\, i\in I)L(X_i^*)\subseteq L(X^*).$$

Теорема 1: Для того чтобы конечный детерминированный автомат A_I был универсальным для семейства конечных детерминированных автоматов $\{A_i\}$, $i\in I$, необходимо и достаточно, чтобы автомат A_I был универсальным перечислителем для автоматов семейства I.

Таким образом, аппарат теории универсальных автоматов может быть использован при построении формализованной теории восстановления технических систем с памятью.

В терминах универсальных автоматов основные задачи теории восстановления поведения конечных детерминированных аппаратов выглядят следующим образом [1].

Задан конечный детерминированный автомат A и класс возможных неисправностей I. Каждой неисправности $i\in I$ сопоставим автомат A_i. Таким образом, задано семейство $\{A_i\}$, $i\in I$ (класс возможных неисправностей). Задачи восстановления поведения:

1) решение определения возможности восстановления поведения относительно заданного класса неисправностей (для каждого A_i, $i\in I$, проверить, является ли он универсальным для A);

2) конструирование метода восстановления поведения относительно заданного класса неисправностей (то есть для каждого A_i, $i \in I$, построить множество отображений $\{\varphi_{ij}\}$, $i \in I$, таких, что $\varphi_{ij}(A) = A_i, j \in I_i, i \in I$);

3) выбор решения задачи восстановления поведения (для каждого множества отображений $\{\varphi_{ij}\}$, $i \in I$, выбрать допустимое, желательно оптимальное φ).

Решение этих задач порождает ряд вопросов:

1) всегда ли можно решить задачу построения универсального автомата?

2) каковы условия существования такого решения (критерии возможности синтеза универсального автомата)?

3) какой вид у семейства отображений $\{\varphi_{ij}\}$, $i \in I$, и его реализация с точки зрения процедур восстановления поведения для конечных детерминированных автоматов?

4) как определяется множество конечных детерминированных автоматов, для которых заданный является универсальным?

5) каким образом и при каких условиях могут быть достигнуты оптимальные характеристики универсальных автоматов?

Ответ на первый вопрос дают следующая теорема [1] и следствие из нее.

Теорема 2. Задача построения универсального конечного детерминированного автомата относительно произвольного семейства конечных детерминированных автоматов алгоритмически неразрешима.

Следствие. Задача построения универсального конечного детерминированного автомата относительно конечного семейства конечных детерминированных автоматов алгоритмически разрешима.

Таким образом, возможность восстановления поведения относительно заданного класса неисправностей предполагает нахождение критерия возможности синтеза универсального автомата для заданного класса. Решение задачи синтеза – универсальный автомат – с содержательной точки зрения способен заменить любой автомат заданного класса при возникновении неисправностей.

Поскольку каждый КДА порождает некоторую подполугруппу симметрической полугруппы (соответствующей всему «спектру» конечно-автоматных преобразований), то соответствующая полугруппа универсального автомата должна быть симметрической. Таким образом, задача синтеза универсального автомата разбивается на две подзадачи:

– построение порождающего множества симметрической полугруппы, определяющего число входных сигналов универсального автомата (каждый элемент порождающего множества индуцируется некоторым входным сигналом);

– реализация в универсальном автомате механизма порождения произвольного преобразования симметрической полугруппы из элементов множества образующих.

Представляет интерес как с теоретической, так и с практической точек зрения изучение случая, когда полугруппа является группой. Под этот тип автоматов попадают так называемые автоматы без потери информации.

Определение 5. Конечный детерминированный автомат $A(S,X,Y,\delta,\lambda)$ называется автоматом без потери информации, если для каждого состояния $s \in S$ функция $\lambda_s(x) = \lambda(s,x)$ определяет взаимно-однозначное отображение X на Y.

Автоматы без потери информации имеют следующее свойство [2]: при заданном начальном состоянии по выходной последовательности можно всегда определить входную последовательность.

Без ограничений на общность рассуждений будем рассматривать конечные детерминированные автоматы с n состояниями без потери информации с выходным множеством, равным множеству состояний, и функцией выхода, равной функции переходов, то есть $A=(S,X,\delta)$. Обозначим $\Im_n$ класс автоматов с n состояниями, моделирующих поведение систем без потери информации. Всевозможные подстановки на множестве S являются элементами группы преобразований автомата A. Множество автоматных подстановок $\{\delta_x\}$, $x\in X$, реализующих функцию переходов автомата A, является порождающим множеством группы преобразований автомата A степени n порядка $n!$. Возникает вопрос решения задачи синтеза универсального автомата для автоматов класса $\Im_n$. Очевидно, что автомат, у которого функция переходов реализуется подстановками, образующими базис симметрической группы, является универсальным перечислителем для автоматов из класса $\Im_n$. Таким образом, для определения возможности синтеза универсального автомата нужно определить возможность построения базиса и определить вид автоматных подстановок, в него входящих.

Лемма 1[1]. Если функция переходов конечного детерминированного автомата M имеет вид

$$\delta_i = \begin{pmatrix} i & i+1 \\ i+1 & i \end{pmatrix},$$

где $i=0, \ldots, n-2$, то M является универсальным перечислителем для класса $\Im_n$.

Теорема 3. Автомат M с числом состояний $n\geq 3$ является универсальным перечислителем для класса автоматов $\Im_n$, если его функция переходов имеет вид

$$\delta_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \ldots & n-1 \\ 1 & 2 & \ldots & 0 \end{pmatrix} \text{ и } \delta_2 = \begin{pmatrix} k & k+1 \\ k+1 & k \end{pmatrix}, \text{ где } 0\leq k\leq n-1$$

Доказательство

Заметим, если $k=n-1$, то $k+1$ заменяем на 0, так как иначе получаем подстановку, содержащую состояние n, тогда как в нашем случае максимальный номер состояния $n-1$. Для любого i из последовательности $0,1,\ldots,n-2$ имеем [3] $\begin{pmatrix} i & i+1 \\ i+1 & i \end{pmatrix} = \delta_1^{i-k}\delta_2\delta_1^{k-i}$. Следовательно, транспозиции состояний i и $i+1$, где $i=0,..,n-2$, могут быть получены суперпозициями δ_1 и δ_2. А в силу леммы 1 автоматные подстановки δ_1 и δ_2 образуют базис группы автоматных преобразований $M\Im_n$. И автомат M, у которого функция переходов реализуется этими подстановками, является универсальным для автоматов из класса $\Im_n$.

Лемма 2. Если функция переходов конечного детерминированного автомата M с числом состояний $n\geq 3$ имеет вид

$$\delta_i = \begin{pmatrix} i & i+1 & i+2 \\ i+1 & i+2 & i \end{pmatrix},$$

где $i=0,1,\ldots, n-3$, то он является универсальным перечислителем для автоматов из класса $\Im_n'$.

[1] Леммы приведены без доказательств.

Теорема 4. Автомат M с четным (*нечетным*) числом состояний $n \geq 3$ является универсальным перечислителем для класса автоматов $\Im_n$ ($\Im_n'$), если его функция переходов имеет вид $\delta_1 = \left(\frac{0}{1}\frac{1}{2}...\frac{n-1}{0}\right)$ и $\delta_2 = \left(\frac{k}{k+1}\frac{k+1}{k+2}\frac{k+2}{k}\right)$, где $0 \leq k \leq n-1$.

Доказательство

Каково бы ни было i из последовательности $0,1,\ldots,n-3$, имеем [3]

$\delta_1^{i-k}\delta_2\delta_1^{k-i} = \left(\frac{i}{i+1}\frac{i+1}{i+2}\frac{i+2}{i}\right)$.

Следовательно, суперпозицией автоматных подстановок δ_1 и δ_2 могут быть получены $n-2$ подстановки вида $\left(\frac{i}{i+1}\frac{i+1}{i+2}\frac{i+2}{i}\right)$, где $i=0,...,n-3$

А из леммы 2 известно, что автомат, функция переходов которого реализуется этими подстановками, является универсальным перечислителем для тех автоматов из $\Im_n$, у которых функция переходов реализуется *четными* подстановками (то есть группа автоматных преобразований является знакопеременной). Отсюда следует, что δ_1 и δ_2 порождают симметрическую (знакопеременную) группу степени n, если n четно (нечетно). То есть если функция переходов автомата M имеет вид δ_1 и δ_2, то он является универсальным перечислителем для класса автоматов $\Im_n$ ($\Im_n'$), если n четно (нечетно).

Лемма 3 Каково бы ни было число состояний автомата M $n \geq 3$ и число k ($2 \leq k < n$), если функция переходов автомата M имеет вид $\delta_i = \left(\frac{i}{i+1}\frac{i+1}{i+2}...\frac{i+k-1}{i}\right)$, $i=0,..n-k$, то M является универсальным перечислителем для класса $\Im_n$ (подкласса $\Im_n'$), если k четно (нечетно).

Теорема 5 Если функция переходов автомата M с $n \geq 3$ состояниями имеет вид $\delta_1 = \left(\frac{0}{1}\frac{1}{2}...\frac{n-1}{0}\right)$, $\delta_2 = \left(\frac{m-1}{m}...\frac{m+k-2}{m-1}\right)$, где $0<k<n-1$, $0 \leq m \leq n-1$ и числа большие $n-1$, берутся по модулю $n-1$, то M является универсальным перечислителем для автоматов из $\Im_n$ ($\Im_n'$), если хотя бы одно из чисел *n, k* четно (оба нечетны).

Доказательство

Для любого целого числа i, $0 \leq i \leq n-k$, имеем [3].

$\delta_i' = \left(\frac{i}{i+1}\frac{i+1}{i+2}...\frac{i+k-1}{i}\right) = \delta_1^{i+1-m}\delta_2\delta_1^{m-(i+1)}$. В силу леммы 3 подстановки δ_i' реализуют функцию переходов универсального перечислителя для автоматов из $\Im_n$ ($\Im_n'$), если k четно (нечетно).

Следствие Две автоматные подстановки $\delta_1 = \left(\frac{0}{1}\frac{1}{2}...\frac{k}{0}\right)$ и $\delta_2 = \left(\frac{i}{k+1}\frac{k+1}{k+2}...\frac{n-1}{i}\right)$, где $0<k<n-1$, $0 \leq i \leq k$, реализуют функцию переходов

универсального автомата для класса $\Im_n$ ($\Im_n'$), $n \geq 3$, если хотя бы одно из чисел *n, k* четно (оба нечетны).

Доказательство Положим $\delta' = \delta_1^{k-i}\delta_2\delta_1^{-k+i}$. Имеем $\delta' = \begin{pmatrix} \frac{k}{k+1} \frac{k+1}{k+2} \dots \frac{n-1}{k} \end{pmatrix}$, $\delta_1\delta' = \begin{pmatrix} \frac{0}{1}\frac{1}{2} \dots \frac{n-1}{0} \end{pmatrix}$. Таким образом, подстановки δ' и $\delta_1\delta'$ в силу теоремы 3 суть функции переходов универсального автомата для класса $\Im_n$ ($\Im_n'$), если хотя бы одно из чисел *n, k* четно (оба нечетны). А значит и подстановки, суперпозициями которых были получены δ' и $\delta_1\delta'$, также удовлетворяют условию следствия.

На приведенные факты опирается доказательство следующей теоремы.

Теорема 6. Каково бы ни было число состояний автомата *M* $n \geq 3$, для каждой нетождественной автоматной подстановки δ_1 существует по крайней мере одна автоматная подстановка δ_2, такая, что автомат М, у которого функция переходов реализуется подстановками δ_1 и δ_2, является универсальным перечислителем для класса автоматов $\Im_n$, кроме трех автоматных подстановок (в случае n=4): $\begin{pmatrix} \frac{0123}{1032} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{0123}{2301} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{0123}{3210} \end{pmatrix}$.

Утверждение теоремы 4 дает возможность сформулировать задачу синтеза универсального автомата для автоматов рассматриваемого класса следующим образом.

Пусть имеется автомат $A=(S,X,\delta)$ из класса $\Im_n$ с функцией переходов $\{\delta_x\}$, $x \in X$, и его неисправное поведение описывается автоматом $\widetilde{A}=(S,X, \widetilde{\delta})$ с функцией переходов $\{\widetilde{\delta}_x\}$, $x \in X$. Для синтеза универсального для *A* автомата необходимо по произвольной фиксированной подстановке из $\{\widetilde{\delta}_x\}$ найти вторую, такую, что она принадлежит $\{\widetilde{\delta}_x\}$, и вместе они порождают симметрическую группу автоматных преобразований. Автомат, у которого функция переходов реализуется этими подстановками, будет универсальным перечислителем для автоматов из класса $\Im_n$.

Таким образом, задачу восстановления поведения конечных детерминированных автоматов из класса $\Im_n$ схематично можно представить следующим образом (рис. 1).

Результаты исследований позволяют решать такие важные в практическом плане задачи, как:

1) восстановление правильного функционирования сложных систем, когда невозможно или нецелесообразно немедленное проведение ремонтно-восстановительных мероприятий, а также исключается подключение резервной или дублирующей составляющей или она также вышла из строя;
2) организация модификации поведения сложных систем без их физического перепроектирования, только за счет использования текущих функциональных возможностей;
3) разработка отказоустойчивых систем, использующих весь спектр потенциальных средств для восстановления своего поведения – от традиционного резервирования-дублирования до особенностей существующего в данный момент времени закона функционирования.

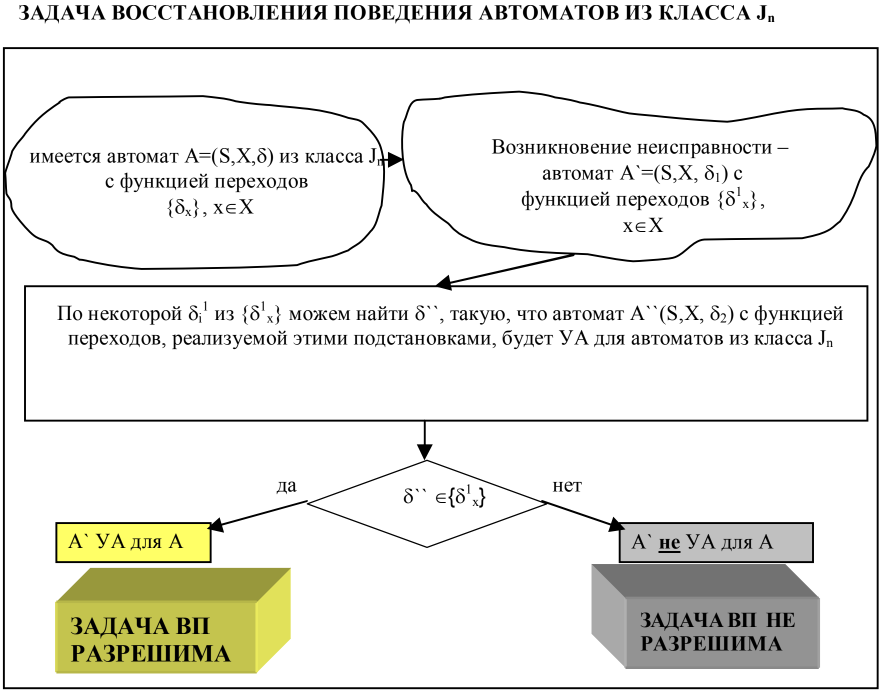

Рисунок 1 – Схематичное представление решения задача восстановления поведения в классе систем без потери информации: УА – универсальный автомат, ВП – восстановление поведения

Литература

1. Сытник А.А. Методы и модели восстановления поведения автоматов // Автоматика и телемеханика. – 1992. – № 11.
2. Кудрявцев В.Б., Алешин С.В., Подколзин А.С. Введение в теорию автоматов. – М.: Наука, 1985.
3. Пикар С. О базисах симметрической группы // Кибернетический сборник. – 1965. – № 1.

Н.С. Вагаріна, О.О. Ситник
Задача відновлення поведінки в класі систем без втрати інформації
У даній статті розглядаються питання, що стосуються функціонального відновлення поведінки складних систем. Досліджуються можливості застосування базисних множин груп автоматних перетворень при розв’язанні задачі організації переходу від автомата-перетворювача до автомата, що перераховує, і пропонується підхід до розв’язання задачі організації цілеспрямованої поведінки у класі дискретних систем, що описуються взаємо-однозначними перетвореннями (системи без втрати інформації). Результат, про який говориться у даній статті, полягає у спробі відновити правильне функціонування за рахунок використання тільки поведінських властивостей і особливостей об'єкта.

Статья поступила в редакцию 25.06.2004