

УДК 629.7

*А.О. Макаров, В.В. Старовойтов*Объединенный институт проблем информатики, г. Минск, Беларусь
{makarau, valerys}@newman.bas-net.by

Быстрая обработка изображений на основе интегральных матриц изображений

В статье предлагаются быстрые алгоритмы обработки изображений. Для ускорения операций дискретной свёртки, вычисления локальных статистик и построения пирамид изображений используются интегральные матрицы изображений. В таблицах представлено сравнение затраченного времени стандартными и предлагаемыми алгоритмами. Два графика функций затраченного времени от размеров изображений и размеров масок демонстрируют преимущество предлагаемого алгоритма свёртки.

Введение

Интегральная матрица изображения позволяет быстро вычислять суммы значений пикселей прямоугольных областей разных размеров, используя три сложения и два вычитания [1]. В работе [2] предложен алгоритм быстрого вычисления локальных гистограмм на основе интегральных матриц изображений. Интегральные матрицы изображений могут быть использованы для быстрого вычисления дискретной свёртки. К. Готсман предложил алгоритм быстрой свёртки на основе сингулярного разложения ядра свёртки [3]. Если ядро свёртки невозможно разложить на векторы, то алгоритм невозможно использовать. Свёртка с использованием быстрого преобразования Фурье эффективнее стандартной свёртки лишь тогда, когда размеры ядра фильтра больше 11×11 пикселей. Несколько рекурсивных подходов были предложены лишь для ограниченного набора фильтров [4], [5]. В этой работе предлагаются алгоритмы быстрой свёртки, вычисления локальных статистик и построения пирамид изображений на основе интегральных матриц изображений.

1. Быстрые алгоритмы обработки изображений на основе интегральных матриц изображений

1.1. Вычисление интегральной матрицы изображения

Интегральная матрица изображения вычисляется рекурсивно:

$$\begin{aligned}
 s(i, -1) &= 0; \\
 b(-1, j) &= 0; \\
 s(i, j) &= s(i, j-1) + g(i, j); \\
 b(i, j) &= b(i-1, j) + s(i, j),
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

где g – исходное изображение, i, j – координаты пикселя со значением $g(i, j)$, b – интегральная матрица изображений, $s(i, j)$ – сумма значений пикселей по столбцам.

Сумма значений пикселей прямоугольной области **A** (рис. 1 а) равна значению в точке 1, сумма значений пикселей прямоугольной области **B** равна значению в точке 2 минус значение в точке 1, сумма значений пикселей прямоугольной области **C** равна значению в точке 3 минус значение в точке 1, сумма значений пикселей прямоугольной области **D** равна значению в точке 4 плюс значение в точке 1 минус значения в точках 2 и 3.

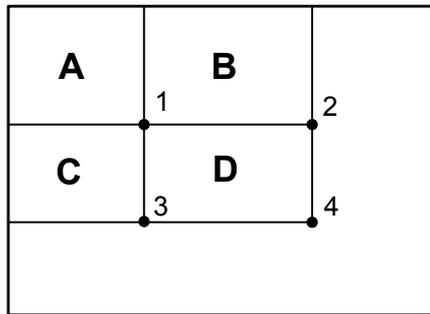
Сумма в произвольной прямоугольной области интегральной матрицы изображений равна

$$\begin{aligned} sum = & b(x-1, y-1) + b(x+2, y+2) \\ & - (b(x+2, y-1) + b(x-1, y+2)), \end{aligned} \quad (2)$$

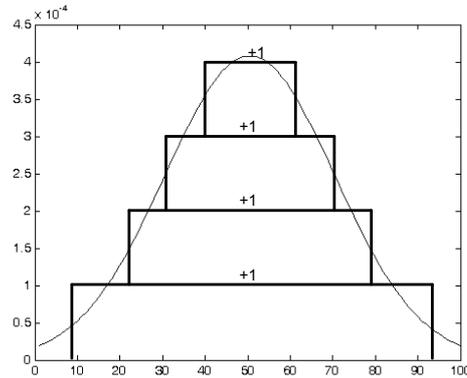
где sum – вычисленная сумма в прямоугольной области, b – интегральная матрица изображения.

1.2. Быстрое вычисление свёртки на базе интегральной матрицы изображения

Разлагая ядро свёртки на матрицы, состоящие из единиц, можно ускорить вычисление свёртки. Свёртка изображения с маской, состоящей из единиц, равна сумме значений пикселей изображения, соответствующих расположению маски. Такая свёртка может быть ускорена с использованием интегральных матриц изображений. Для того чтобы ускорить свёртку, ядро необходимо разложить на матрицы, состоящие из единиц, и множители. Рис. 1 б иллюстрирует срез гауссиана с разложением на матрицы, состоящие из единиц (горизонтальные линии).



а)



б)

Рисунок 1 – Схема вычисления сумм в прямоугольных областях интегральных матриц изображений (а); срез гауссиана с разложением на матрицы, состоящие из единиц (б)

Разложения ядер лапласиана и детектора горизонтальных линий размером 5×5 на матрицы, состоящие из единиц, записываются следующим образом:

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 24 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} + 25 \begin{bmatrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} & & & & \\ & & & & \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Вычислительная сложность стандартной свёртки равна 25 умножениям и 24 сложениям для ядра размером 5×5 , и 9 умножениям и 8 сложениям для ядра размером 3×3 . Вычислительная сложность стандартной свёртки с усредняющей маской размером 3×3 равна восьми сложениям и одному делению, а для маски размером 5×5 – двадцати четырём сложениям и одному делению. Вычислительная сложность быстрой свёртки для усредняющих масок размером 3×3 или 5×5 равна трём сложениям, двум вычитаниям и одному делению на один пиксель изображения. Вычислительная сложность быстрой свёртки для маски лапласиана размером 3×3 или 5×5 равна трём сложениям, трём вычитаниям и одному умножению на один пиксель изображения. Вычислительная сложность быстрой свёртки для детектора горизонтальных линий размером 3×3 или 5×5 равна пяти сложениям, пяти вычитаниям и одному умножению на один пиксель изображения.

1.3. Быстрое вычисление локальных статистик

Среднее значение пикселей области изображения можно вычислить, используя три сложения, два вычитания и одно деление. На основе интегральной матрицы изображения можно быстро вычислять стандартное отклонение в любой прямоугольной области изображения заранее заданного размера $m \times n$. Сначала вычисляется интегральная матрица изображения, затем, используя скользящее окошко размером $m \times n$, вычисляется интегральная матрица стандартных отклонений:

$$\begin{aligned} s(i, -1) &= 0; \\ STDIm_{m,n}(-1, j) &= 0; \\ s(i, j) &= s(i, j-1) + \sqrt{\frac{1}{mn} (g(i, j) - Sum_{m,n}(i, j))^2}; \\ STDIm_{m,n}(i, j) &= STDIm_{m,n}(i-1, j) + s(i, j), \end{aligned} \quad (5)$$

где g – исходное изображение, m, n – размеры скользящего окошка, i, j – координаты пикселя со значением $g(i, j)$, $Sum_{m,n}(i, j)$ – сумма значений пикселей в скользящем окошке, $STDIm_{m,n}$ – интегральная матрица стандартных отклонений, $s(i, j)$ – сумма значений пикселей по столбцам. Количество арифметических операций для вычисления одного элемента интегральной матрицы стандартных отклонений равно одному сложению, одному вычитанию, одному умножению, одному делению, вычислению одного квадратного корня и одному возведению в квадрат. Количество арифметических операций для вычисления стандартного отклонения в области с размерами $m \times n$ равно двум сложениям и двум вычитаниям.

1.4. Быстрое построение пирамиды изображений

Суммарная вычислительная сложность построения пирамиды изображений, состоящей из L уровней, равна $\frac{3}{4} \sum_{l=0}^L M_l^2$ сложениям и $\frac{1}{4} \sum_{l=0}^L M_l^2$ делениям, где l – вычисляемый уровень пирамиды, L – количество уровней, $M_l \times M_l$ – размер

изображения на уровне l . В работе предлагается быстрый алгоритм построения пирамиды изображений. Средние значения вычисляются в непересекающихся прямоугольных или квадратных областях исходного изображения и формируют значения пикселей нового уровня пирамиды. В предлагаемом алгоритме непересекающиеся области могут быть как квадратные, так и прямоугольные. При вычислении следующего уровня пирамиды размеры непересекающихся областей предыдущего уровня (если вычисляется первый уровень, то исходного изображения) увеличиваются вдвое. Количество непересекающихся областей сокращается в четыре раза.

Алгоритм быстрого построения пирамиды изображений

Шаг 1. Вычислить интегральную матрицу изображения, используя (1).

Шаг 2. Задать размер непересекающейся области равным $m \times n$.

Шаг 3. Создать изображение с размерами в два раза меньше изображения на предыдущем уровне (или исходного изображения, если вычисляется первый уровень пирамиды).

Шаг 4. Вычислить средние значения в непересекающихся областях с использованием интегрального изображения.

Шаг 5. Присвоить вычисленные средние значения пикселям изображения, созданного на шаге 3.

Шаг 6. Увеличить размеры непересекающихся областей в два раза.

Шаг 7. Если размеры непересекающейся области больше размеров исходного изображения, то ВЫХОД, иначе, ПЕРЕХОД на шаг 3.

Преимущества этого алгоритма состоят в вычислительной эффективности и низком времени построения пирамиды изображений. Для того, чтобы вычислить l -й уровень пирамиды, нет необходимости вычислять предыдущие $l-1$ уровней пирамиды изображений. Сложность алгоритма равна трём сложениям, двум вычитаниям и одному делению на один пиксель изображения на создаваемом уровне. Суммарная вычислительная сложность создания пирамиды изображений этим алгоритмом равна $2M_0^2 \sum_{l=0}^L \left(\frac{1}{2^l}\right)^2$ сложений, $2M_0^2 \sum_{l=0}^L \left(\frac{1}{2^l}\right)^2$ вычитаний и $M_0^2 \sum_{l=0}^L \left(\frac{1}{2^l}\right)^2$ делений для исходного изображения размерами $M_0 \times M_0$, где L – количество уровней.

2. Анализ предлагаемых алгоритмов

Были выполнены эксперименты по вычислению свёрток с усредняющими масками, ядрами фильтров Лапласа, детекторами горизонтальных линий размером 3×3 и 5×5 . Свёртка выполнялась на изображениях размером 256×256 и 512×512 пикселей. Затраченное время вычисления свёрток представлено в табл. 1. Были выполнены четыре эксперимента по построению пирамид изображений, состоящих из пяти уровней. Пирамиды изображений строились стандартным и предлагаемым алгоритмами, затраченное время представлено в табл. 2. Эксперименты выполнялись в среде MatLab 7.0 на компьютере с процессором Пентиум-4 3 ГГц.

Таблица 1 – Время вычисления дискретных свёрток

Алгоритм	Затраченное время			
	Изображение 256x256 пикселей, ядро 3x3; с	Изображение 512x512 пикселей, ядро 3x3; с	Изображение 256x256 пикселей, ядро 5x5; с	Изображение 512x512 пикселей, ядро 5x5; с
Стандартная свёртка с усредняющей маской	0,344	2,422	0,375	2,438
Быстрая свёртка с усредняющей маской	0,078	1,297	0,063	1,281
Стандартная свёртка с фильтром Лапласа	0,406	2,687	0,422	2,750
Быстрая свёртка с фильтром Лапласа	0,078	1,344	0,062	1,344
Стандартная свёртка с детектором линий	0,422	2,640	0,422	2,730
Быстрая свёртка с детектором линий	0,281	2,282	0,312	2,297

Таблица 2 – Время построения пирамид изображений

Алгоритм	Затраченное время	
	Изображение 256x256, 5 уровней; с	Изображение 512x512, 5 уровней; с
Стандартное построение пирамиды изображения	0,579	2,360
Быстрое построение пирамиды изображения	0,016	0,156

Предложенные алгоритмы на основе интегральной матрицы изображения обеспечили ускорение при вычислении свёртки, локальных статистик и при построении пирамид.

Рис. 2 а иллюстрирует график функции затраченного времени от размера маски при усредняющей фильтрации. Фильтрация выполнялась на изображении размером 256x256 пикселей. Рис. 2 б иллюстрирует график функции затраченного времени от размера изображения.

Время выполнения быстрой свёртки с усредняющей маской постоянно и не зависит от размеров маски, в то время как время, затраченное стандартной свёрткой, увеличивается. Функция времени от размеров изображения, затраченного стандартной свёрткой, возрастает быстрее, чем функция времени, затраченного быстрой свёрткой. Для изображений больших размеров алгоритм быстрой свёртки эффективнее, чем стандартный.

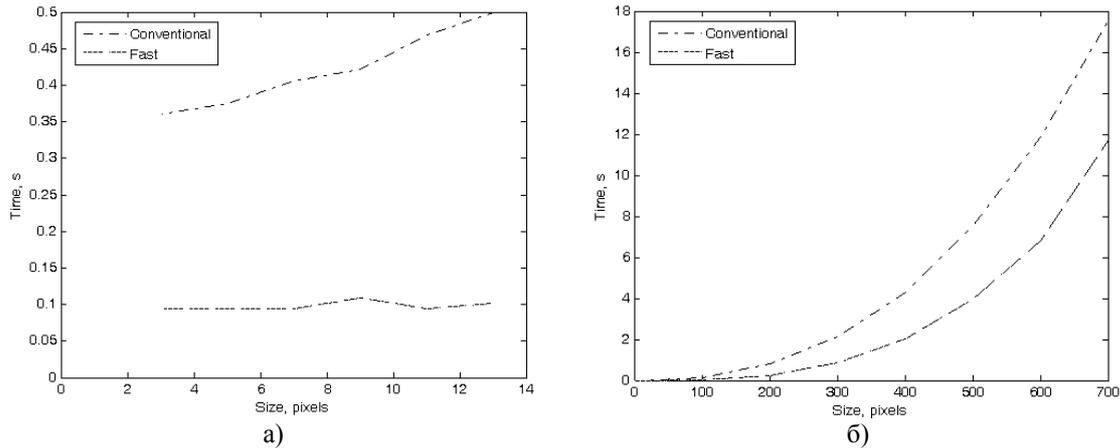


Рисунок 2 – Графики функций затраченного времени от: а) размера ядра свёртки, б) размера изображения (размер ядра свёртки 5x5)

Заключение

В работе предложены быстрые алгоритмы вычисления дискретной свёртки, локальных статистик и построения пирамид изображений. Предлагаемые алгоритмы обеспечили преимущество по времени и по количеству арифметических операций по сравнению со стандартными подходами. Преимущество предлагаемых алгоритмов по времени было подтверждено экспериментально. С помощью интегральных матриц изображений можно ускорять различные операторы на основе вычисления локальных сумм.

Литература

1. Viola P. Jones M. Robust real-time object detection // Int. Journal of Computer Vision. – 2004. – Vol. 57, № 2. – P. 137-154.
2. Porikli F. Integral Histogram: A fast way to extract histograms in Cartesian spaces // IEEE Computer Society Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition. – 2005. – Vol. 1. – P. 829-836.
3. Gotsman C. Constant time filtering with singular value decomposition // Computer Graphics Forum: special issue on Rendering. – 1994. – Vol. 16, № 2. – P. 153-163.
4. Young I., Vliet L. Recursive implementation of the Gaussian filter // Signal Processing. – 1995. – Vol. 44, № 2. – P. 139-151.
5. Young I., Vliet L., Ginkel M. Recursive Gabor filtering // IEEE Transaction on Signal Processing. – 2002. – Vol. 50, № 11. – P. 2798-2805.

А.О. Макаров, В.В. Старовойтов

Швидка обробка зображень на основі інтегральних матриць зображень

У статті пропонуються швидкі алгоритми обробки зображень. Для прискорення операцій дискретної згортки, обчислення локальних статистик і побудови пірамід зображень використовуються інтегральні матриці зображень. У таблицях представлено порівняння витраченого часу стандартними і пропонованими алгоритмами. Два графіки функцій витраченого часу від розмірів зображень і розмірів масок демонструють перевагу пропонованого алгоритму згортки.

Статья поступила в редакцию 27.06.2006.